**XVIII районная научно – практическая конференция старшеклассников**

**«Поиск. Исследование. Открытие»**

Рациональные способы решения квадратных уравнений

**Автор**:

Бобылева Татьяна, ученица 10 кл.

МБОУ «Буретская СОШ»

Усольский район

**Руководитель:**

Ремнева Т. В.

учитель математики первой

квалификационной категории

МБОУ «Буретская СОШ»

д. Буреть, 2018 год

***Человеку, изучающему алгебру, часто полезнее решить одну и ту же задачу тремя различными способами, чем решить три-четыре различные задачи. Решая одну задачу различными методами, можно путем сравнений выяснить, какой из них короче и эффективнее. Так вырабатывается опыт»***

*У.У. Сойер (Английский математик)*

**Оглавление:**

**Введение**

**Глава 1**. Теорема Виета

1.1. Вклад Франсуа Виета в развитие математики

1.2. Теорема Виета

1.3. Теорема обратная теореме Виета.

1.4. Частные случаи теоремы Виета, свойство коэффициентов и способ «переброски».

**Глава 2.** Рациональные способы решения полных квадратных уравнений и уравнений, сводимых к квадратным.

2.1. Применение теоремы Виета и обратной теоремы Виета в решении квадратных уравнений.

2.2. Применение свойств коэффициентов

2.3. Решение уравнений способом «переброски».

2.4. Решение квадратных уравнений, если b – чётное.

2.5. Решение квадратных уравнений и уравнений, сводимых к квадратным из открытого банка ФИПИ (вторая часть)

**Глава 3**. Материалы и методы исследования

3.1. Способы решения квадратных уравнений учащимися 9, 10, и 11 классов МБОУ «Буретская СОШ»

3.2 Результаты исследования

**Заключение**

**Литература**

**Аннотация**

В этом году я учусь в 10 классе, в прошлом году сдала на отлично экзамен по математике в форме ОГЭ, а через год буду сдавать в форме ЕГЭ. Планирую поступить в ИГУ Педагогический институт на факультет математики, и экзамен по математике буду сдавать профильного уровня. На выполнение всех заданий экзаменационной работы отводится 3 часа 50 минут. Чтобы выполнить сложные задания, надо сэкономить время на простых, для этого надо знать рациональные способы решения некоторых заданий, как в первой части, так и во второй.

К сожалению, на изучение темы «Квадратные уравнения», на мой взгляд, отводится мало времени. Ученики отрабатывают формулу корней квадратного уравнения, а вот на изучение темы «Теорема Виета» и «Теоремы, обратной теореме Виета», времени выделяется мало. Знания этих теорем и частных случаев теоремы Виета, умение ими пользоваться необходимо для экономии времени при решении квадратных уравнений и уравнений, приводимых к квадратным. В этом заключается **актуальность** моей темы.

***Гипотеза:*** если научиться решать квадратные уравнения различными рациональными способами, то результаты обучения будут лучше и расходы времени на решение будут минимальными.

**Цель работы:** рассмотреть различные, рациональные, способы решения квадратных уравнений, использовать знания для выполнения заданий ОГЭ и ЕГЭ, популяризация теоремы Виета и частных случаев теоремы Виета.

В связи с поставленной целью следует решить ряд **задач**:

* Изучить историю открытия теоремы Виета.
* 2. Показать некоторые рациональные способы решения квадратных уравнений и уравнений, приводимых к квадратным, с применением теоремы Виета, с частными случаями теоремы Виета и с чётным вторым коэффициентом.
* 3. Создать методические и дидактические материалы для тех, кто хочет сэкономить время на ГИА.

При решении сформулированных задач была изучена специальная литература, проведено исследование по решению квадратного уравнения учащимися 9, 10 и 11 классов, с целью выявления какие способы применяют учащиеся нашей школы при решении квадратных уравнений. Популяризация теоремы Виета и частных случаев при решении квадратных уравнений и уравнений приводимых к квадратным.

Результаты исследований показали, что большинство учащихся используют при решении квадратных уравнений только формулу корней, что, на мой взгляд, не рационально, так как некоторые квадратные уравнения можно решить устно, без особых усилий, а не делать громоздкие вычисления, в которых можно допустить ошибку.

Я считаю тему «Рациональные способы решения квадратных уравнений» актуальной, так как знание рациональных способов нам может пригодиться не только во время обучения в школе и при сдаче экзаменов, а впоследствии при обучении в ВУЗах и СУЗах.

**Описание новизны и практической значимости**: решение одного квадратного уравнения несколькими способами и выбор более рационального способа.

**Введение**

Уравнения в школьном курсе занимают ведущее место. Они имеют не только важное теоретическое значение, но и служат инструментом для решения практических задач. Решение многих практических задач сводится к решению различных видов уравнений, в том числе и квадратных, которые необходимо научиться решать. С помощью квадратных уравнений решаются иррациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства. Решать квадратные уравнения приходится не только на уроках алгебры, но и на уроках геометрии и физики, поэтому, каждый ученик должен уметь решать квадратные уравнения не только верно, но и рационально

Квадратные уравнения изучаются в 8 классе. Изучив формулу корней квадратного уравнения, многие школьники не хотят применять различные способы решения квадратных уравнений, если D>0, решают по формуле х1;2=. Я сама долго считала, зачем учить лишнее, если по формуле корней квадратного уравнения можно решить любое квадратное уравнение, до тех пор, пока мне Татьяна Владимировна не предложила решить три уравнения: 25х2 – 147х + 122 =0; 4х2 – 35х – 39 =0 и 3х2+32х+80=0, я, конечно же, решила – потратила 25 минут, т. к. таблицы квадратов и калькулятора под рукой не было, после этого она улыбнулась и ещё раз показала свойство коэффициентов квадратного уравнения, решение квадратных уравнений с чётным коэффициентом и способ «перетяжки» старшего коэффициента. После решения этих трёх уравнений, я запомнила свойства и спорить больше не стала. При подготовке к ОГЭ я решала квадратные уравнения различными, рациональными способами. В 10 классе, изучив показательные и логарифмические уравнения, я заметила, что многие из них решаются устно, если знать рациональные способы. Решать уравнения, приводимые к квадратным, нам приходится часто, на экзамене профильного уровня таблицей квадратов пользоваться нельзя, поэтому надо либо учить таблицу квадратов, либо много времени тратить на расчёт корней уравнения, а если знать несколько способов решения уравнений, то можно некоторые из них решить устно.

Применяемые **методы** исследования:

* эмпирические: изучение литературы; обработка материалов и результатов;
* теоретические: сравнение; классификация; анализ; обобщение.

**Новизна** исследования состоит в том, что показана возможность эффективного решения отдельных квадратных уравнений и уравнений, сводимых к квадратным из открытого банка заданий.

**Объект**: теорема Виета, квадратные уравнения, уравнения сводимые к квадратным.

**Методы**: изучение теории, анализ различных способов решения квадратных уравнений, систематизация знаний.

**Этапы исследования**:

* изучение учебной, научно-популярной литературы;
* сбор и решение квадратных уравнений и уравнений приводимых к квадратным;
* анализ и обобщение результатов исследования, составление рекомендаций, методических и дидактических материалов.

**Глава 1. Теорема Виета**

**1.1. Вклад Франсуа Виета в развитие математики**

|  |  |
| --- | --- |
| Франсуа Виет | Франсуа Виет (1540-1603)– великий французский математик. Он положил начало алгебре как науке о преобразовании выражений и решении уравнений в общем виде. Виет был первым, кто ввел буквенное обозначение, как неизвестных, так и данных величин. Он внедрил в науку мысль о том, что алгебраические преобразования можно выполнять не только над значениями, но и над символами, и фактически создал понятие математической формулы как таковой. Благодаря этому открытию, Виет внес огромный вклад в создание буквенной алгебры. Таким образом, именно он подготовил почву для открытий Декарта, Ферма и Ньютона. |

Франсуа Виет родился в 1540 году на юге Франции. Отец Виета был прокурором. По традиции, сын выбрал профессию отца, он с успехом окончил университет в Пуату и получил диплом юриста. В 1560 году, молодой юрист начал работать в своем родном городке, однако долго он на этой должности не задержался. Спустя три года, Виет перешел на службу в богатую гугенотскую семью де Партене. В доме де Партене, Франсуа стал секретарем главы семейства и учителем его дочери Екатерины, которой на тот момент было 12 лет. Именно преподавание пробудило в Виете интерес к математике, который он ранее в себе не замечал. Когда Катерина выросла и нашла себе мужа, она переехала в Париж. Виет не расстался с родом де Партене и также отправился в столицу. Здесь ему было легче узнавать о достижениях известных на тот момент математиков. С некоторыми из них, Виет даже лично познакомился. В частности, он общался с профессором Сорбонны Рамусом и вел дружескую переписку с выдающимся итальянским математиком Рафаэлем Бомбелли.

В 1571 году, Франсуа Виет перешел на службу государству. Виет не забывал о своей предрасположенности к науке. Впервые он прославился, когда смог расшифровать код украденной переписки испанского короля с его нидерландскими представителями. Благодаря этому, Генрих третий знал о действиях своих противников. Код был сложным, и состоял из 600 различных знаков, которые иногда менялись. Узнав о том, что король Франции завладел перепиской, итальянцы не могли поверить, что кому-то удалось ее расшифровать. Они обвинили математика в связях с потусторонними силами. Избежать инквизиции, удалось лишь благодаря авторитету, которым на тот момент уже обладал Франсуа Виет. В 1584 году, Гизы постарались, чтобы Виета отстранили от государственной службы и выслали из Парижа. Эти события помогли ученому раскрыть свой потенциал. Обретя время на покой и отдых, Франсуа Виет, краткая биография которого иллюстрирует его целеустремленность, поставил перед собой крупнейшую цель – создание всеобъемлющей математики, которая позволяла бы решать задачи любого уровня. Он был убежден, что существует общая, неизведанная ранее наука, которая могла бы объединить измышления тогдашних алгебраистов и геометрические изыскания более древних ученых. Именно в этот период ученый изобрел новую буквенную алгебру. Результаты его наработок были опубликованы в 1591 году, в трактате «Введение в аналитическое искусство». В нем ученый изложил программу исследований, которую он так и не успел закончить до смерти. Тем не менее была достигнута главная цель, которой следовал Виет Франсуа. Кратко она звучит как преобразование алгебры в более мощное исчисление. В своих наработках, слово «алгебра» Франсуа поменял на фразу «аналитическое искусство».

В 1591 году была обнародована та самая знаменитая теорема Виета, которая устанавливала связь между коэффициентами многочлена и его корнями. Звучит теорема следующим образом: «Если (B+D)А – А2= BD, то А, В, и D равны».

Чтобы понять Виета, следует вспомнить, что *А*, как и всякая гласная буква, означало у *него неизвестное (наше х), гласные же В, D - коэффициенты при неизвестном. На языке* современной алгебры вышеприведенная формулировка Виета означает: если имеет место

*(а + b)х - х2 = ab,* т.е. *х2 - (а + b)х + аb = 0,* то *х1 = а, х2 = b.*

Франсуа Виет скончался 23 февраля 1603 года. Есть гипотеза, что учёный умер насильственной смертью.

По материалам Википедии и сайта tonnel.ru.

Теорема Виета стала ныне самым знаменитым утверждением школьной алгебры. Она достойна восхищения, тем более что ее можно обобщить на многочлены любой степени.

**1.2. Теорема Виета**

**Теорема Виета**. Сумма корней приведённого квадратного уравнения x2 + px + = 0, равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

**Доказательство**: Решим уравнение x2 + px + = 0.

1. Найдём дискриминант: D = p2 -4q, если D>0, то x1= x2=

2. Найдём сумму корней: x1+x2= + = = ;

3. Найдём произведение корней: x1∙x2= ∙== q. Теорема доказана.

Вывод: Если квадратное уравнение имеет корни , то

**1.3. Теорема обратная теореме Виета.**

**Теорема**: Если числа m и n таковы, что их сумма равна –p , а произведение равно q, то эти числа являются корнями приведённого квадратного уравнения х2+px+q=0, где p =, а q=

Доказательство: 1. m+n=-p, m∙n=q (по условию).

2. Подставим в уравнение х2+px+q=0 (1), вместо p=-(m+n), а q= m∙n, получим х2-(m+n)х+ m∙n=0 (2).

3. Вместо х в (2) подставим число m, имеем m2-(m+n)m+mn=m2-m2-mn+mn=0, значит число m – является корнем уравнения (1).

4. Вместо х в уравнение (2) подставим число n, получим n2-(m+n)n+mn= n2-mn- n2+mn=0, значит число n – является корнем уравнения (1).

Теорема доказана.

**1.4. Частные случаи теоремы Виета**

Теорема Виета позволяет устно найти корни некоторых полных квадратных уравнений.

Пусть квадратное уравнениеx2 + bx + c =0, имеет корни х1 и х2, равносильное ему приведённое квадратное уравнение имеет вид По теореме Виета х1+х2= -, x1∙x2= .

I. Если число 1 является корнем уравнения x2 + bx + c =0, тогда + b + c = 0. Второй корень уравнения находится по теореме Виета и равен .

Обратно если + b + c = 0, то корни.

II. Если число -1 является корнем уравнения x2 + bx + c =0, то − b + c = 0 или +c=b. Тогда второй корень уравнения по теореме Виета равен .

Обратно, если +c=b, то корни.

III. Способ «переброски»

Рассмотрим квадратное уравнение

*ах2+ bх + с = 0,*где*а ≠ 0.*

Умножая обе его части на а, получаем уравнение *а2х2 + аbх +ас = 0.*

Введём замену:  *ах = у* (тогда приходим к уравнению *у2 + by+ ас = 0.* Его корни *у1* и *у*2 найдем с помощью теоремы, обратной теореме Виета и затем найдём *х1 = ; х2 = .*

При этом способе коэффициент, *а* умножается на свободный член, как бы «перебрасывается» к нему, поэтому его называют способом «переброски». Этот способ применяют, когда можно легко найти корни уравнения, используя теорему Виета и, что самое важное, когда дискриминант есть точный квадрат.

**Глава 2. Рациональные способы решения полных квадратных уравнений**

**2.1. Применение теоремы Виета и обратной теоремы Виета в решении квадратных уравнений.**

1. Найдите корень уравнения х2 + 15х+54=0, если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

|  |  |
| --- | --- |
| Общая формула корней квадратного уравнения | По теореме, обратной теореме Виета |
| х2 + 15х+54=0.  D=b2 – 4ac=152 -4∙54=225-216=9;  x1=;  x2=  Ответ: - 6. | х2 + 15х+54=0 .  (по теореме обратной теореме Виета), так как сумма корней отрицательна, а произведение корней положительно, то корни отрицательны, нетрудно догадаться, что это -6 и -9. Больший из них – 6.  Ответ: -6. |

Вывод: Этот способ позволяет сэкономить время, если корни являются целыми числами.

**2.2 Применение свойств коэффициентов**

1. Решите уравнение 2х2 – 17х +15 = 0, если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них. (ЕГЭ, базовый уровень, открытый банк заданий № 12431).

|  |  |
| --- | --- |
| Общая формула корней квадратного уравнения | Свойство коэффициентов, если a+b+c=0, то  х=1, х= корни. |
| 2х2 – 17х +15 = 0.  D=b2 – 4ac=(-17)2 -4∙2∙15=289-120=169;  x1=;  x2=  Ответ: 7,5. | 2х2 – 17х +15 = 0.  Заметим, что 2-17+15 =0, следовательно, по свойству коэффициентов:  корни.  Ответ: 7,5. |

2. Решите уравнение 2х2 + 11х + 9 =0, если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них. (ЕГЭ, базовый уровень, открытый банк заданий № 12527).

|  |  |
| --- | --- |
| Общая формула корней квадратного уравнения | Свойство коэффициентов, если a+c=, b то  х= - 1, х= корни. |
| 2х2 + 11х + 9 =0*.*  D=b2 – 4ac=112 -4∙2∙9=121-72=49;  x1=;  x2=  Ответ: -4,5 | 2х2 + 11х + 9 =0*.*  Заметим, что 2+9 =11, следовательно, по свойству коэффициентов:  корни  Ответ: -4,5. |

**Вывод**: эти способы позволяют устно найти корни, при условии, что сумма коэффициентов равна нулю, или сумма старшего коэффициента и свободного члена равна второму коэффициенту.

**2.3. Решение уравнений способом «переброски»**

Решить уравнение 3*х2 - 13х + 14 = 0, если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из корней.*

*Решение.*

|  |  |
| --- | --- |
| Общая формула корней квадратного уравнения | Способ «переброски» |
| 3*х2 - 13х + 14 = 0.*  D=b2 – 4ac=(-13)2 -4∙3∙14=169-168=1;  x1=;  x2=  Ответ:2 | 3*х2 - 13х + 14 = 0.*  «Перебросим» коэффициент 3 к свободному члену, в результате получим уравнение *у2 – 13у + 42 = 0.*  Согласно теореме, обратной теореме Виета  *Получим: х1 = ; x2 = =2.*  Ответ:2 |

**Вывод**. Время сэкономили при подсчёте корней. Метод хорош для квадратных уравнений с “удобными” коэффициентами. В некоторых случаях позволяет решить квадратное уравнение устно.

**2.4. Решение квадратных уравнений, если b – чётное.**

Рассмотрим квадратное уравнение x2 + bx + c =0, с чётным вторым коэффициентом, т. е. b = 2k, x2+2kx+c = 0. По алгоритму решения квадратного уравнения, найдём:

1. дискриминант D = = 4k2-4 = 4(k2-, если, то

2. корни x1=, аналогично получим х2=.

Вывод если в квадратном уравнении b – чётное, то = ,

если , то x1= , x2= , если , то х1=х2= , если то корней нет.

Пример: Решить уравнение 100х2 – 160х+63 = 0, если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

|  |  |
| --- | --- |
| Общая формула корней квадратного уравнения | По формуле с чётным коэффициентом |
| 100х2 – 160х+63 = 0  D=b2 – 4ac= (-160)2-4∙100∙63= =25600-25200=400.  x1=  x2==0,7.  Ответ: 0,9. | 100х2 – 160х+63 = 0    x1=;  x2=.  Ответ: 0,9. |

Это уравнение можно решить устно, способом «Переброски» 100х2 – 160х+63 = 0. «Перебросим» коэффициент 100 к свободному члену, в результате получим уравнение *у2 – 160у + 6300 = 0.*

Согласно теореме Виета

*Получим: х1 = ; x2 = =0,9.*

Ответ: 0,9.

Вывод: Время сэкономлено при подсчёте дискриминанта и корней уравнения.

**2.5. Решение квадратных уравнений и уравнений, сводимых к квадратным из открытого банка ФИПИ.**

В этом пункте, я рассмотрю задания профильного уровня и задания ОГЭ, с которыми девятиклассники, при исследовании, справились плохо.

1. Открытый банк №12603, задание 5. Найдите корень уравнения . Если уравнение имеет более одного корня, в ответ указать больший из корней.

Решение: .

ОДЗ: , обе части уравнения возведём в квадрат и приведём к стандартному виду, получим: х2+8х-9=0, по свойству коэффициентов корни, 1 не принадлежит ОДЗ.

Ответ: -9.

**2.** Математика, профильный уровень. Типовые экзаменационные варианты под редакцией И. В. Ященко. Задание 10. Вариант 6.

Высота над землёй подброшенного вверх меняется по закону h(t) = 2 + 26t – 5t2, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 7 метров?

Решение: По условию задачи составим неравенство: 2 + 26t – 5t2≥7, запишем в стандартном виде 5t2- 26t + 5 ≤ 0, найдём нули: 5t2- 26t + 5=0, перебросим старший коэффициент 5 к свободному члену, получим, у2- 26у + 25=0, по свойству коэффициентов у1=1, у2=25, значит t1 =, t2==5. Получим Следовательно, мяч будет на высоте не менее 7 метров (5-0,2) = 4,8 секунды.

Ответ: 4,8.

3. Решу ЕГЭ №510741 Задание 13. а) Решите уравнение: . б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку .

а) Решение:

1. ОДЗ: .

2. По свойствам логарифмов, получим:

, обе части уравнения разделим на 3, получим;

Замена:

Возврат:

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

не принадлежит

- не принадлежит

Ответ: а)

б) -1; 1.

4. Математика, профильный уровень. Типовые экзаменационные варианты под редакцией И. В. Ященко. Задание 13. Вариант 27.

а) Решите уравнение 4х - 2х+3 +7 = 0.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку .

Решение: 4х - 2х+3 +7 = 0.

(2х)2 - 8∙2х + 7 =0,

Замена: 2х = t, получим t2 – 8t +7 = 0, Возврат

б) 0 не принадлежит , оценим второй корень: , следовательно

Ответ: а) 0; б)

5. Решу ОГЭ № 338180. Уравнение имеет корни -6; 4 ,найдите р.

Решение: по теореме Виета: х1+х2 = - p, x1∙x2=q, так как – 6 и 4 корни уравнения по условию, то –p = -2, p = 2.

Ответ: 2.

6. Решу ОГЭ № 353508*. Уравнение* имеет корни -5; 7, найдите q

Решение: по теореме Виета: х1+х2 = - p, x1∙x2=q, так как – 5 и 7 корни уравнения по условию, то q = -35.

Ответ: - 35.

7. Один корень уравнения равен -1. Найдите второй корень.

Решение: Так как один корень равен -1, то по свойству коэффициентов 2 + 3 m =5, m= 1, получим 2х2+ 5х + 3 = 0, отсюда x2=-

Ответ: - 1,5.

**Глава 3. Материалы и методы исследования**

**3.1. Способы решения квадратных уравнений учащимися 9, 10, и 11 классов МБОУ «Буретская СОШ»**

Я провела исследование среди учащихся 9, 10 и 11 классов нашей школы. Им было предложено решить 5 полных квадратных уравнений, 1 – по теореме обратной теореме Виета, 2 – на свойство коэффициентов и 1 с чётным b или методом «перетяжки», 1 – зная корни квадратного уравнения найти p (q).

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант 1 | Вариант 2 |
| Решите уравнения: а) х2 + 15х+54=0;  б) 2х2 – 17х +15 = 0; в) 2х2 + 11х + 9 =0;  г) 4х2 – 20х -75 = 0; д) 5х2 -11х + 2=0  е) Уравнение x2 +px +q =0 имеет корни −6; 4. Най­ди­те q. | Решите уравнения: а) х2 + 17х+72=0;  б) 2х2 – 13х -15 = 0; в) 2х2 - 9х + 7 =0;  г) 4х2 – 32х +63 = 0; д) 3х2 – 13х +14 =0;  е) Уравнение  x2 +px +q =0 имеет корни −5; 7. Най­ди­те p. |

**3.2 Результаты исследования**

Результаты исследования представлены в таблице.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| класс | кол-во  уч-ся в классе | Формула корней квадратного уравнения | теорема Виета и теорема обратная теореме Виета | свойство коэффициентов | способ «переброски» | формула с чётным вторым коэффициентом |
| 9 | 12 (2 – ОВЗ, 1 домашнее обучение) | 9 | 1 | 1 | - | - |
| 10 | 4 | 4 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 11 | 8 | 8 | - | 2 | - | - |
|  | 24 | 100% | 12,5% | 20,8% | 8% | 8% |

Большинство учащихся при решении полных квадратных уравнений применяли только один способ – формулу корней квадратного уравнения. Для учеников, которые допускают вычислительные ошибки, а также которые считают хорошо, этот способ явно нерационален. С последним заданием в девятом классе справились двое, в десятом двое, в одиннадцатом – никто не решил.

**3.3 Методические и дидактические материалы**

При решении квадратного уравнения не стоит торопиться применять формулу корней квадратного уравнения, ведь часто корни квадратных уравнений можно найти проще. Я бы посоветовала сначала квадратное уравнение переписать в стандартном виде, добиваясь того, чтобы коэффициенты стали целыми, а старший коэффициент ещё и положительным. Затем решать по схеме:

**1. Устно проверить: Если a + b + c = 0 , то х1=1, х2 = ; Если a + c = b, то x1 = −1, x2 = .**

примеры: №12431 Решите уравнение 2х2 – 17х + 15 = 0Если уравнение имеет более одного корня, в ответ укажите больший из корней.

*Решение:*  2х2 – 17х + 15 = 0, 2-17+15=0, следовательно:

*Ответ:* 7,5

№12445 Решите уравнение . Если уравнение имеет более одного корня, в ответ укажите меньший из корней.

*Решение:*  2 – 15 = - 13, следовательно:

*Ответ:* -1

**2. В случае, когда квадратное уравнение приведенное, т.е. имеет вид x2 + px + q =0,** можно попытаться подобрать сразу оба корня с помощью теоремы, обратной теореме Виета. Основные этапы рассуждений при решении приведенного квадратного уравнения:

* записать утверждение теоремы Виета;
* определить знаки корней уравнения:

а) если произведение и сумма корней – положительные, то оба корня - положительные числа;

б) если произведение корней – положительное число, а сумма корней – отрицательное, то оба корня – отрицательные числа;

в) если произведение корней – отрицательное число, то корни имеют разные знаки, при этом если сумма корней – положительная, то больший по модулю корень является положительным числом, а если сумма корней отрицательная, то больший по модулю корень – отрицательное число.

Примеры: **№**[**38257**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=38257)Найдите корень уравнения: х2-4х-12=0.  Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Решение: по теореме обратной теореме Виета х1+х2=4; х1∙х2= -12, произведение отрицательное, то корни имеют разные знаки, причём модуль положительного числа, больше модуля отрицательного числа, т. к. сумма положительна, очевидно это 6 и – 2. Ответ: -2.

**№**[**38239**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=38239)Найдите корень уравнения: х2-8х+15=0.  Если уравнение имеет более одного корня, укажите больший из них.

Решение: х1+х2=8; х1∙х2= 15, произведение и сумма положительны, следовательно корни – положительны, очевидно это 3 и 5. Ответ: 5.

**№**[**38241**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=38241)Найдите корень уравнения: х2+18х+80=0.  Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Решение: х1+х2=- 18; х1∙х2= 80. Сумма отрицательное число, а произведение положительное число, следовательно оба корня со знаком минус, это -8 и -10. Ответ: -10.

3. Для корней уравнения x2 + bx + c =0, с чётным вторым коэффициентом, b = 2k,

находим = , если , то x1= , x2= , если , то х1=х2= , если то корней нет.

Пример: Найдите корень уравнения 4х2 – 20х +21 = 0. Если уравнение имеет более одного корня, укажите больший из них.

Ре6шение: = . x1= = x2=

Ответ: 3,5.

4. Попытаться решить уравнение *ах2+ bх + с = 0,*где*а ≠ 0,* способом «Переброски»,

перейти к уравнению *у2 + by+ ас = 0*. Его корни *у1*и *у*2 найти с помощью теоремы, обратной теореме Виета и затем найти:  *х1 = ; х2 = .* Иногда можно квадратное уравнение решить устно.

Пример: **№**[**12403**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=12403)Найдите корень уравнения: 2х2-27х+90=0.  Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Решение: 2х2-27х+90=0, перейдём к уравнению: у2 – 27у +180= 0, у1 = 15, у2 = 12, отсюда *х1 = ; х2 = =6.*

*Ответ: 6.*

**Заключение**

В восьмом классе на уроках алгебры изучаются формулы корней квадратных уравнений, с помощью которых можно решать любые квадратные уравнения. Однако имеются и другие способы решения квадратных уравнений, которые позволяют очень быстро и рационально решать многие уравнения, а некоторые даже устно, что позволяет сэкономить время при сдаче экзаменов на выполнение более сложных заданий

В своей работе мы показали рациональные способы решения квадратных уравнений с применением теоремы Виета и частных случаев, вытекающих из теоремы Виета. В каких уравнениях можно ею пользоваться и как это может помочь сэкономить время? Нами были рассмотрены задания из «Решу ЕГЭ» как из первой части, так и из второй. При решении уравнений было показано, в каких случаях применяются рациональные приёмы решения уравнений. После того, как было проведено исследование по решению квадратных уравнений среди учащихся нашей школы, им были показаны рациональные способы решения данных квадратных уравнений - некоторых способов многие ученики и не знали. Им мы раздали методические рекомендации по решению квадратных уравнений, которые разработали, пользуясь материалом из «Решу ЕГЭ». Надеемся, наши наработки помогут ребятам при подготовке к экзаменам, и наш труд окажется кому-то полезным.

Литература:

1. Алгебра 8 класс, учебник для общеобразовательных учреждений / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков; - Просвещение 2013.

2. Алгебра. Сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы. 9 класс. Дрофа. Москва. 2013.

3. Математика, профильный уровень. Типовые экзаменационные варианты под редакцией И. В. Ященко. / Издательство: Национальное образование. Москва. 2018.

4. Математика, базовый уровень. Типовые экзаменационные варианты под редакцией И. В. Ященко. / Издательство: Экзамен. Москва. 2018.

5. Решу ЕГЭ https://ege.sdamgia.ru/

6. https://sites.google.com/site/matematika448/eto-ocen-interesno/aforizmy-o-matematike

Приложение: Тренажёр

Примеры:

№12437 Решите уравнение . Если уравнение имеет более одного корня, в ответ укажите больший из корней.

*Решение*: 2-15+13=0, следовательно:

*Ответ*: 6,5

№38319 Решите уравнение . Если уравнение имеет более одного корня, в ответ укажите меньший из корней.

*Решение:* . 1 + 3 = 4, следовательно:

*Ответ:* -3

№12561 Решите уравнение Если уравнение имеет более одного корня, в ответ укажите меньший из корней.

Решение: ОДЗ:

*Обе части уравнения и решим уравнение:*

Оба корня принадлежат ОДЗ.

*Ответ:* -9

№517739 Решите уравнение . Если уравнение имеет более одного корня, в ответ укажите меньший из корней.

ОДЗ:

Решение: , по определению логарифма перейдём к уравнению: х2 – 14х = 25, х2 – 14х – 32 =0, Оба корня принадлежат ОДЗ.

Ответ: -2.

Задания из открытого банка ЕГЭ. Задания5, профильный уровень (7 задание, базовый уровень)

Квадратные уравнения:

**№**[**12405**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=12405)Найдите корень уравнения: 2х2-25х+75=0. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

**№**[**12421**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=12421)Найдите корень уравнения: 2х2-21х+49=0.  Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

**№**[**12441**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=12441)Найдите корень уравнения: 2х2-15х+28=0.  Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

**№**[**12449**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=12449)Найдите корень уравнения:  2х2-13х+11=0. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

**№**[**12495**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=12495)Найдите корень уравнения: 2х2+х-105=0.  Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

**№**[**12519**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=12519)Найдите корень уравнения: 2х2+9х-5=0. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

**№**[**12527**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=12527)Найдите корень уравнения: 2х2+11х+9=0. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

**№**[**38243**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=38243)Найдите корень уравнения: х2+11х+18=0. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

**№**[**12445**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=12445)Найдите корень уравнения: 2х2-13х-15=0. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

**№**[**38249**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=38249)Найдите корень уравнения: х2+х-20=0. Если уравнение имеет более одного корня, укажите больший из них.

**№**[**38257**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=38257)Найдите корень уравнения: х2-4х-12=0. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

**№**[**38259**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=38259)Найдите корень уравнения: х2+2х-35=0. Если уравнение имеет более одного корня, укажите больший из них.

**№**[**38263**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=38263)Найдите корень уравнения: х2-8х-9=0.  Если уравнение имеет более одного корня, укажите больший из них.

**№**[**38297**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=38297)Найдите корень уравнения: х2-10х+21=0.  Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

**№**[**38371**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=38371)Найдите корень уравнения: х2-19х+90=0.  Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

**Иррациональные уравнения**

**№**[**12603**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=12603)Найдите корень уравнения:  Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

**№**[**12611**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=12611)Найдите корень уравнения:   Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

**№**[**12621**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=12621)Найдите корень уравнения:   Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

**№**[**12625**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=12625)Найдите корень уравнения:  Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

**№**[**12627**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=12627)Найдите корень уравнения:   Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

**№**[**12703**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=12703)Найдите корень уравнения:   Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

**№**[**12737**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=12737) Найдите корень уравнения:  Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

**№**[**12751**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=12751)Найдите корень уравнения:  Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

**№**[**12789**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=12789)Найдите корень уравнения:   Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

**№**[**12807**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=12807)Найдите корень уравнения:    Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

**№**[**12855**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=12855)Найдите корень уравнения:    Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Показательные и логарифмические уравнения, второй части.

**Задание 13 №**[**502053**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=502053)

а) Решите уравнение 1+

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

**Задание 13 №**[**502094**](https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=502094)

а) Решите уравнение

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку .